UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2008-1**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **06/06/2008**
DACBHCC

SOLUCIONARIO DEL EXAMEN PARCIAL DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

Una batería de antimisiles Patriot en Dharan (Arabia Saudita), pretende interceptar un misil Scud iraquí. La predicción de la "puerta de alcance" (range gate) se calcula en función de:

- Velocidad del Scud (dato conocido: 1676 metros por segundo)
- Tiempo transcurrido desde que el Scud fue detectado por el radar por última vez.

Para las mediciones de tiempo, el sistema utiliza un reloj interno con una precisión de décimas de segundo. El tiempo en segundo se almacena en un registro de 12 bits

s	$e_1e_2e_3e_4e_5$	$m_1m_2m_3m_4m_5m_6$

$$x = (-1)^s 1.m_1 m_2 m_3 \Lambda\ m_6 2^{(e_1e_2e_3e_4e_5)_2 - 11}$$

El reloj interno daba décimas de segundo para hacer los cálculos

a) ¿Como se representa el 0.1 en el sistema de punto flotante dado?
b) Hallar el error de redondeo cometido al representar 0.1.
c) Si la batería llevaba unas 100 horas de funcionamiento, ¿cuál es la distancia que recorre el misil Scud? . Comente su respuesta.
Sugerencia:
$$ErrorAcumulado(seg) = ErrorCometido * NrodeHoras * 60 * 60 * 10 seg$$

Solución:

a) 1.100110×2^(00111) = 1.100110×2^(-4)

b) 0.031243125

c) Tiempo: 1.124752500000000e+005 seg (Error Acumulado)

Distancia: 188508519 mts
Los errores no se cancelan.

Problema 2

Un sistema de andamios se compone de tres barras rígidas ligera pendiente de una serie de cuerdas como se muestra. Las ecuaciones de equilibrio para este sistema son las siguientes:

$$T_E + T_F = P_3$$

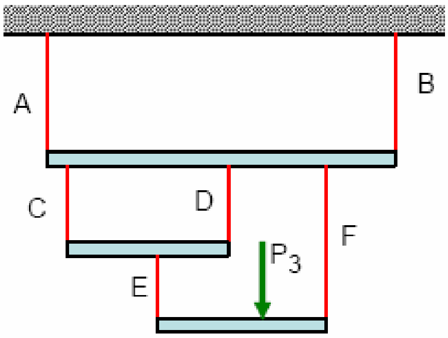
$$P_3 - 4T_F = 0$$

$$T_C + T_D - T_E = 0$$

$$2T_E - 3T_D = 0$$

$$T_A + T_B - T_C - T_D - T_F = 0$$

$$-9T_B + T_C + 4T_D + 7T_F = 0$$



donde T_A, T_B, etc, son las tensiones en los cables A, B, etc, respectivamente, P3=1000N.

Se pide:

a) Solucione el sistema usando Eliminación Gaussiana con pivoteo parcial

b) ¿Es posible hallar la matriz iterativa de Jacobi Convergente?. Justifique.
(sug. Use un sistema equivalente Ux=c)

Solución

a)

[A b]

0	0	0	0	1	1	1000
0	0	0	0	0	4	1000
0	0	1	1	-1	0	0
0	0	0	-3	2	0	0
1	1	-1	-1	0	-1	0
0	-9	1	4	0	7	0

F1->F5 F2->F6

U =

1	1	-1	-1	0	-1	0
0	-9	1	4	0	7	0
0	0	1	1	-1	0	0
0	0	0	-3	2	0	0
0	0	0	0	1	1	1000
0	0	0	0	0	4	1000

Por sustitución inversa Rpta:
TA= $[555.5556 \quad 444.4444 \quad 250 \quad 500 \quad 750 \quad 250]^t$

b) Matriz de Jacobi

Tj=

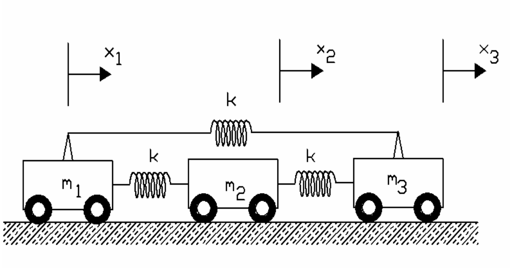
0	-1.0000	1.0000	1.0000	0	1.0000
0	0	0.1111	0.4444	0	0.7778
0	0	0	-1.0000	1.0000	0
0	0	0	0	0.6667	0
0	0	0	0	0	-1.0000
0	0	0	0	0	0

$$\rho(Tj) = 0$$

Por lo tanto converge muy rápidamente.

Problema 3

Dado el siguiente sistema dinámico y sus ecuaciones de movimiento:



$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \\ x_3'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k & -k \\ -k & 2k & -k \\ -k & -k & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad X'' = -AX \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Si m_1=3 Kg., m_2=2 Kg., m_3=1 Kg. y k=2 N/m.

a) Determine A y localice sus valores propios
b) Determine el polinomio característico, el espectro y el radio espectral de A.
c) Calcule el valor propio mas cercano al escalar q=2 usando el método de la potencia inversa con desplazamiento, realice 03 iteraciones a partir del vector $[1\ 0\ 0]^T$ y calcule el error para dicho valor propio.

Solución

a)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/3 & -2/3 & -2/3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\left| z - \frac{4}{3} \right| \le \frac{4}{3}$$

$$|z-2| \le 2$$

$$|z-4| \le 4$$

b)

$$P(\lambda) = -\lambda^3 + \frac{22}{3}\lambda^2 - 12\lambda$$

$$\varepsilon(A) = \{0,\ 2.4648,\ 4.8685\}$$

$$\rho(A) = 4.8685$$

c)

$$B = (A-2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 3/4 & -1 & -1/4 \\ -3/2 & 1 & 0 \\ -3/4 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = Bx_0 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -1.5 \\ -0.75 \end{bmatrix} \quad u_1 = -1.5 \quad x_1 = \frac{y_1}{u_1} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad \lambda_1 = q + \frac{1}{u_1} = 1.3333$$

$$y_2 = Bx_1 = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 1.75 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad u_2 = 1.75 \quad x_2 = \frac{y_2}{u_2} = \begin{bmatrix} -0.8571 \\ 1 \\ 0.2857 \end{bmatrix} \quad \lambda_2 = q + \frac{1}{u_2} = 2.5714$$

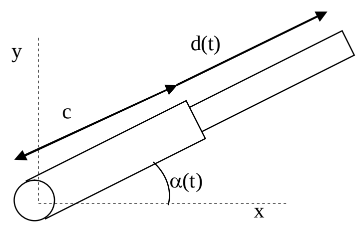
$$y_3 = Bx_2 = \begin{bmatrix} -1.7143 \\ 2.2857 \\ 0.7143 \end{bmatrix} \quad u_3 = 2.2857 \quad x_3 = \frac{y_3}{u_3} = \begin{bmatrix} -0.75 \\ 1 \\ 0.3125 \end{bmatrix} \quad \lambda_3 = q + \frac{1}{u_3} = 2.4375$$

$$error = |2.4648 - 2.4375| = 0.0273$$

Problema 4

Se tiene un brazo robótico instalado en un proceso automatizado y por la tarea que realiza, se ha configurado los controladores que accionan los servomotores para que:

d(t)= $0.5 + 0.5\text{sen}(e^{0.5\sqrt{t}})$ metros
α(t)=π/4-π*cos(t)/4 radianes
c=1.5 metros
t en segundos.



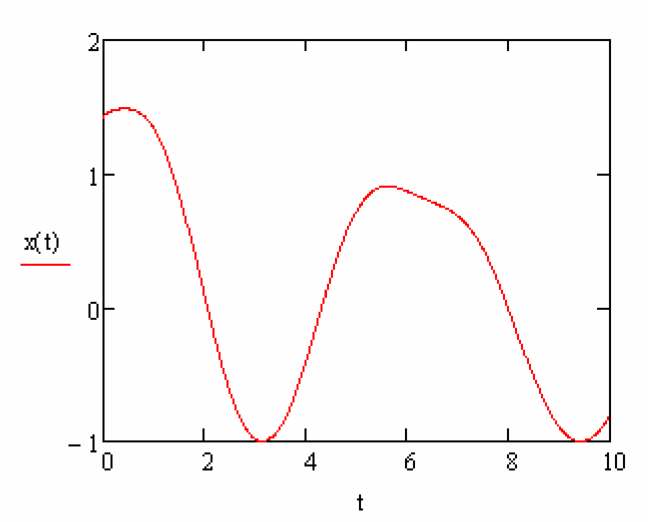
Calcular el tiempo en segundos cuando el extremo del brazo cruza la recta **x =1** metro por primera vez, usando el método de Newton-Raphson con una aproximación de 3 cifras decimales exactas, sabiendo que lo hace antes de **t=3s**. pero después **de t=1s**.

Solución

De la figura y despejando:

$$x(t)=\left(1.5+0.5+0.5\sin\left(e^{0.5\cdot\sqrt{t}}\right)\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi\cdot\cos(t)}{4}\right)-1$$

$$x'(t)=\frac{0.125\cos\left(e^{0.5\cdot\sqrt{t}}\right)\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{4}\cdot\cos(t)+\frac{\pi}{4}\right)\cdot e^{0.5\cdot\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}-\frac{\pi\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi\cdot\cos(t)}{4}\right)\cdot\sin(t)\cdot\left(0.5\sin\left(e^{0.5\cdot\sqrt{t}}\right)+2.0\right)}{4}$$



usando la fórmula de recurrencia: t=t-f(t)/f'(t)

Iniciando con t=2s, en 3 iteraciones converge a t=2.053 s

Los Profesores